6. Dérivée et concavité page 8

6.1

1e cadre $a_1 < a_2 < a_3 < a_4$

Les pentes sont telles que $f'(a_1) < f'(a_2) < f'(a_3) < f'(a_4)$

donc f' décroissante (voir définition d'une fct décroissante)

Donc sa dérivée f'' est strict. négative (voir parag. 5)

2e cadre $a_1 < a_2 < a_3 < a_4$

Les pentes sont telles que $f'(a_1) > f'(a_2) > f'(a_3) > f'(a_4)$

Donc f' est str. décroissante

Donc sa dérivée f'' est strictement négative. (voir par. 5)

6.2.

1. Pour le graphique A.

On constate que f admet un minimum en $(a, f(a)) \rightarrow E_4$

donc $f'(a) = 0$ (voir parag. 5) et on constate que la concavité de f est tournée vers le haut donc $f'' > 0$ et donc $f''(a) > 0 \rightarrow I_6$

Pour le B.

f décroît de moins en moins vite car $f'(25) > f'(30) > f'(35) > \ldots$

donc $\underline{f' < 0}$ et comme sa concavité est tournée vers le bas, on a $\underline{f'' < 0}$ donc I_5

Pour le C.

f croît de moins en moins vite car $f'(3) > f'(4) > f'(5) > \ldots$

donc $\underline{f' > 0}$ et comme sa concavité est tournée vers le bas, on a $\underline{f'' < 0}$ donc I_1

Pour le D.

f croît de plus en plus vite car $f'(55) < f'(60) < f'(65) < f'(70) < \ldots$

donc $\underline{f' > 0}$ et comme sa concavité est tournée vers le , on a $\underline{f'' > 0}$ donc $\underline{I_4}$

Pour le E.

f admet un maximum en $(a, f(a)) \rightarrow E_2$

donc $f'(a) = 0$ et la concavité de f est tournée vers le bas donc $f'' < 0$ donc $f''(a) < 0 \rightarrow I_2$

Pour le F.

E_5 et I_3

2. On peut compléter la dernière ligne du tableau en donnant à la flèche ↗ ou ↘ (signe de f') la concavité donnée par le signe de f''. On peut avoir les 4 cas suivants.

f'	$-$
f''	$-$
f	↘

f'	$-$
f''	$+$
f	↘

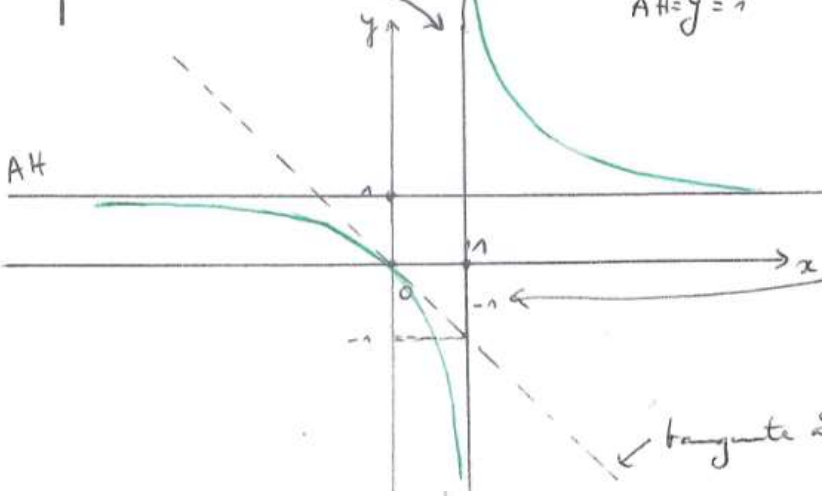
f'	$+$
f''	$-$
f	↗

f'	$+$
f''	$+$
f	↗

Complétons donc la dernière ligne de chaque tableau

A.

x	$-\infty$		0		1	
f	AH $y=1$	↘		↘ $-\infty$	AV $+\infty$	↘ AH: $y=1$

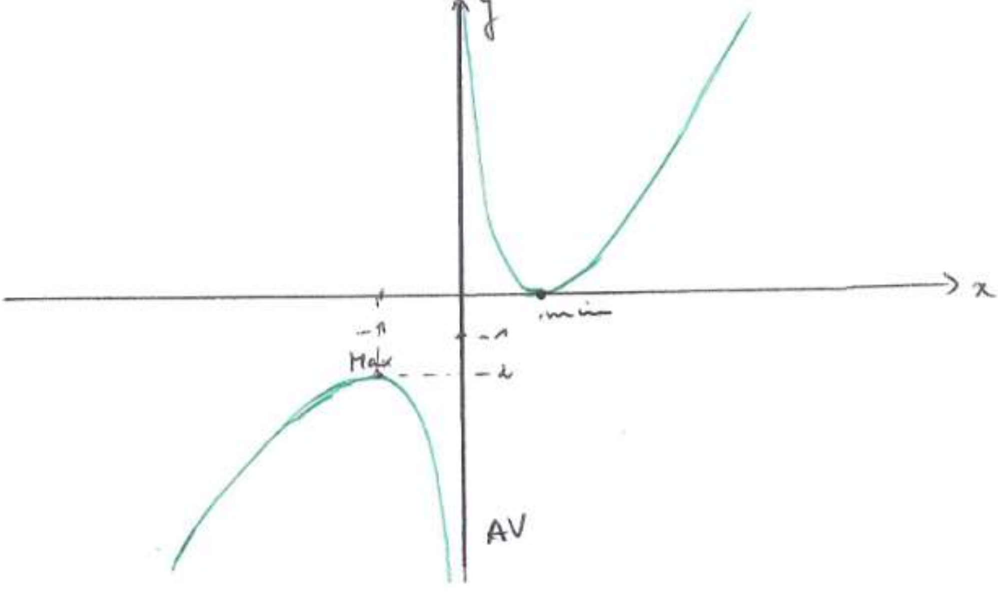


$f'(0) = -1$ donc la pente de la tangente en $x = 0$ est -1

tangente à G_f en $x = 0$.

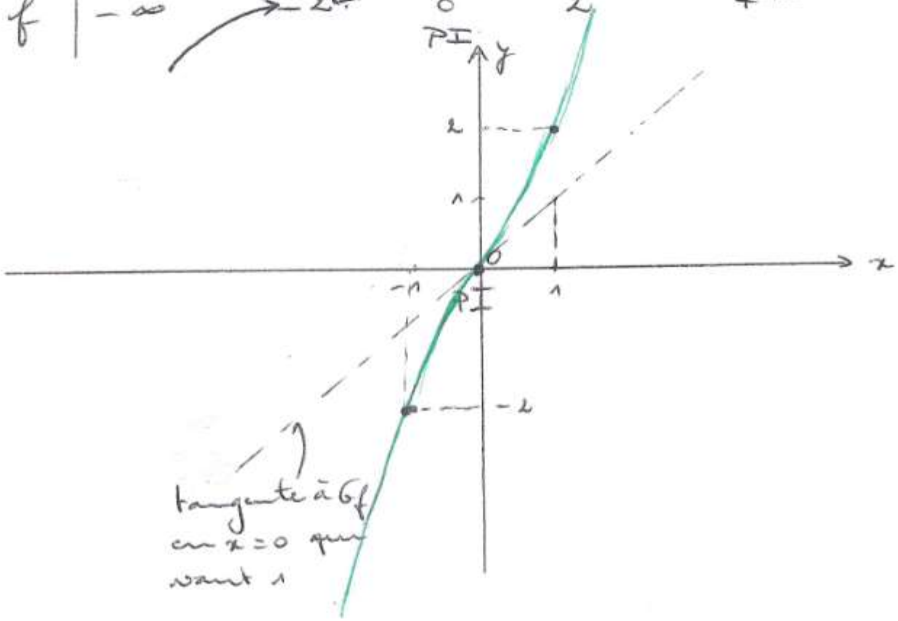
B.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
f	$-\infty$	↗	Max -2	↘	$-\infty$ | AV $+\infty$	↘	0 min	↗	$+\infty$



C.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
f	$-\infty$	↗	-2	↗	0	↗	2	↗	$+\infty$



$f'(0) = 1$

D.E.F A voir !

3. A.

x	$-\infty$		$-0{,}6$		0		$0{,}6$		$+\infty$
f'		+	0	−	−	−	0	+	
f''		−	−	−	0	+	+	+	
f	$-\infty$	↗	Max $0{,}4$	↘	PI 0	↘	$-0{,}4$ min	↗	

car f ↑

car concavité f tournée vers bas

car Max $(-0{,}6\,;0{,}4)$
min $(0{,}6\,;-0{,}4)$
et PI $(0{,}0)$

B.

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
f'		+	|	+			
f''		+	|	−			
f	AH $y=3$	↗	$+\infty$ AV | $-\infty$	↗	0	→	AH $y=3$

C.

x	$-\infty$		$-1{,}4$		-1		0		1		$1{,}4$		$+\infty$
f'		$-$	0	$+$	$\|$	$+$	$+$	$+$	$\|$	$+$	0	$-$	
f''		$+$	$+$	$+$	$\|$	$-$	0	$+$	$\|$	$-$	$-$	$-$	
f	AO $y=x$	↘	min $2{,}3$	↗	$+\infty$ AV $\|$ $-\infty$	↗	PI 0	↗	$+\infty$ AV $\|$ $-\infty$	↗	Max $-2{,}3$	↘	AO $y=x$.

D-E-F-G A vous !